

## 6a) Početní operace s mnohočleny

Součet nebo rozdíl dvou nebo více jednočlenů se nazývá mnohočlen. Podle počtu členů se mnohočleny nazývají

např:

dvojčlen -  $a + 2b$

trojčlen -  $3x^2 + 2x + 4$

čtyřčlen -  $5ab^3 - 4a^2b^2 + a^3b - b$

### Sčítání a odčítání mnohočlenů

Sčítat a odčítat můžeme pouze ty členy mnohočlenů, které mají stejné proměnné ve stejné mocnině.

### Odstraňování závorek

- pokud je před závorkou znaménko **plus**, vynecháme závorku a členy závorky opíšeme
- pokud je před závorkou znaménko **mínus**, vynecháme závorku a změním znaménka **všech** členů v závorce **na opačná**

### Příklady k procvičení

1. Vypočítejte

a)  $4x + 2x - 5x =$

b)  $4x + (2x + 5) =$

c)  $4x + (6x + 5) =$

d)  $(3y + 4) + (5 - 2y) =$

e)  $5a + (-2a - 3) =$

f)  $(3a - 2b) + (5a + 6b) =$

g)  $(3 - 10x) + (5 - 2x) =$

h)  $2a + (1 - 3a) - 5 =$

i)  $-5x^2 + 4x + (3x + 8x^2) =$

j)  $(3xy + 3x) + (5x - 8xy) =$

2. Vypočítejte

a)  $(2x + 3y + 4) + (5x + 2y + 7) =$

b)  $(0,3a + 1,3b + c) + (0,5a - 1,2b - 3c) =$

c)  $(3x^2 - 2x + 1) + (4x^2 - 8x - 1) =$

d)  $(-2x + y - xy) + (4x - 5y - xy) =$

e)  $3xy + x + (x^2 + 5x - 8xy) - 5xy =$

f)  $(2x^2y + 3xy^2 - 3xy) + (5x^2y + 9xy^2 - 5xy) =$

### 3. Vypočítejte

a)  $9x - (5 + 6x)$

b)  $3x - (5 - 6x)$

c)  $(6x + 5y) - (4x + 3y)$

d)  $(12a - 8b) - (8a + 9b)$

e)  $(28c - 15) - (-8c + 13)$

f)  $(5k - 9) - (-8k - 12)$

g)  $(-8x + 9) - (-15x + 7)$

h)  $(-5m - 6n) - (-8m - 10n)$

i)  $(2k^2 - 6k) - (-5k^2 + k)$

j)  $(5xy + 6x^2y) - (3x^2y - 8xy)$

### 4. Vypočítejte

a)  $(2a - 3b + 15) - (4a + 6b - 8)$

b)  $(10x + 48y + 15xy) - (25x - 12y + 5xy)$

c)  $(13ab + 4a^2b - 5ab^2) - (7ab + 8a^2b + 4ab^2)$

d)  $(5x^3 - 6x^2 + 8) - (-2x^3 + 7x^2 - 5)$

e)  $(-25xy - 10x - 18y) - (-13xy - 8x - 9y)$

f)  $(22a + 16b - 5c + 8) - (12a - 10c)$

### 5. Vypočítejte

a)  $(3x - 4y) + (2x - 5y) - (4x + 6y)$

b)  $(8a + 9b) - (-6a + 8b) + (2a - 10b)$

c)  $(8a + 9b) + (-6a + 8b) - (2a - 10b)$

d)  $(4x + 5y) - (3x - 6y) + (5x - 8y)$

e)  $4x + (5y - 3x) - (6y + 5x - 8y)$

f)  $(4x + 5y - 3x) - (6y + 5x) - 8y =$

g)  $4x + 5y - (3x - 6y + 5x) - 8y =$


h)  $(4x + 5y) - 3x - 6y + (5x + 8y)$

## Násobení

### Násobení mnohočlenů

a) jednočlenem:

Výraz v závorce násobíme tak, že jednočlenem násobíme každý člen výrazu v závorce.


$$2 \cdot (3x + 2y) = 2 \cdot 3x + 2 \cdot 2y = 6x + 4y$$

Mnohočlen násobený (-1) se nazývá **opačný mnohočlen**.

$$(-1)(3x + 2y) = (-1) \cdot (3x) + (-1) \cdot (-2y) = -3x + 2y = 2y - 3x$$

Mínus před závorkou mění všechna znaménka při odstranění závorky v opačná.

$$(-4) \cdot (2x - 3y + 4z) = -8x + 12y - 16z$$

b) mnohočlenem

Výraz násobíme dvojčlenem tak, že výraz násobíme nejprve prvním členem dvojčlenu, pak druhým členem dvojčlenu. Tento postup můžeme zobecnit i pro vícečlenné výrazy. Každý člen mnohočlenu násobíme každým členem druhého mnohočlenu.

$$\begin{aligned} (2x-3y) \cdot (5x+2y) &= 2x \cdot 5x + 2x \cdot 2y + (-3y) \cdot (5x) + (-3y) \cdot 2y = \\ &= 10x^2 + 4xy - 15xy - 6y^2 = 10x^2 - 11xy - 6y^2 \end{aligned}$$

Přitom platí:

$$\begin{aligned} (+) \cdot (+) &= + \\ (+) \cdot (-) &= - \\ (-) \cdot (+) &= - \\ (-) \cdot (-) &= + \end{aligned}$$

**Příklady k procvičení**

1. Vynásobte číslem -1

- a)  $4a - 3b$
- b)  $3b - 4a$
- c)  $-2x - 3y$

- d)  $2x + 3y$
- e)  $-7k + 5l$
- f)  $7k - 5l$

2. Vypočítejte

- a)  $a(a+b)$
- b)  $2 \cdot (x+5)$
- c)  $4x(a+b)$
- d)  $2m(15m-2n)$

- e)  $5r(0,2r-1,8)$
- f)  $2a(3a-5a^2)$
- g)  $(-3k) \cdot (5k-2l)$
- h)  $(-5y) \cdot (2x+3y)$

3. Zjednoduš

- a)  $5x + 2(3x-6)$
- b)  $10y - 12(5-6y)$
- c)  $7a - (2a-8)$
- d)  $12ab - 3(4a-5ab)$
- e)  $3(2k-3l) - 15k$

- f)  $5x(3x-4y) - 5x - 7xy$
- g)  $(-2r) \cdot (-5r-6s)$
- h)  $(4x-5y)3x - 5y(3x-6y)$
- i)  $5(2x-3y)3 - 2y$
- j)  $(4x-5y)4 - 3y$

#### 4. Vynásob a zjednoduš

- |                     |                          |
|---------------------|--------------------------|
| a) $(x+3)(x+5)$     | i) $(2r+3s)(-2r-3s)$     |
| b) $(a+2)(a-3)$     | j) $(-8a+2b)(2b-8a)$     |
| c) $(a-4)(a+5)$     | k) $(x+1)(2x^2+3x+1)$    |
| d) $(-a+1)(-a-3)$   | l) $(x-1)(3x^2-2x+3)$    |
| e) $(2u+v)(3u+v)$   | m) $(2x+3)(-4x^2+2x-1)$  |
| f) $(4m+2n)(5m+3n)$ | n) $(a^2+6a+10)(2a+3)$   |
| g) $(5x-y)(x+2y)$   | o) $(-5a^2-3a+1)(2a+3)$  |
| h) $(-2x+4y)(3x-y)$ | p) $(-3x^2-2x-1)(-4x-2)$ |

#### Dělení mnohočlenu jednočlenem

Mnohočlen dělíme jednočlenem tak, že vydělíme každý člen mnohočlenu jednočlenem. Přitom je třeba uvést podmínku, že dělitel nesmí být roven nule.

$$\text{př. } (12x^2 + 15x) : 3x = 4x + 5$$

#### Příklady k procvičení

##### 1. Vypočtěte

- |                                |   |
|--------------------------------|---|
| a) $(3a+6):3$                  | h) $(9ab^3-15a^2b^3):3ab$                 |
| b) $(6x^2+4x):2$               | i) $(4k^2l-12k^3l^2):(-2kl)$              |
| c) $(15x^2+10xy-5y^2):5$       | j) $-(6x^2y-2xy^2):(-2xy)$                |
| d) $(9xy^2-12x^2y-15xy):3x$    | k) $(10x^3y^4+20x^2y^3-15x^5y^2):5x^2y^2$ |
| e) $(9xy^2-12x^2y-15xy):(-3y)$ | l) $(18p^4q^3-27p^3q^2):9p^2q$            |
| f) $-(2a-8ab):(-2a)$           | m) $(15a^3b^5-10a^4b^4-25a^5b^3):5a^3b^3$ |
| g) $(100xy-1000x^2y+10y):25y$  | n) $(-1,4a^4-0,7ab):(-0,2a)$              |

#### Rozklad výrazů pomocí vytýkání

Vytknout před závorku můžeme **společného dělitele všech členů mnohočlenu**.

Protože  $3 \cdot (x+y) = 3x+3y$  můžeme výraz  $3x+3y$  zapsat jako součin  $3 \cdot (x+y)$ . Rozklad v součin jsme dostali dělením, které nezapisujeme, ale dělitele zapíšeme před závorku a podíl do závorky.

Jestliže všechny členy daného mnohočlenu neobsahují ani po úpravě mnohočlenu téhož činitele, daný mnohočlen nelze vytýkáním rozložit.

Vytkneme-li číslo  $-1$ , změní se mnohočlen v opačný výraz

$$3x-4y+2 = (-1) \cdot (-3x+4y-2)$$

## Příklady k procvičení

1. Rozlož na součin:

a)  $3a + 6b$

b)  $2x + 10y$

c)  $12m - 16n$

d)  $3x + 5x^2$

e)  $10a - 15a^2$

f)  $6u - 8uv$

g)  $-81xy + 27y$

h)  $5ab^2 - 7a^2b$

i)  $-8c^4d^3 - 14c^2d^4$

j)  $-14p^2q^3 - 21p^3q^4$

k)  $8x^2y + 4xy^2 - 2xy$

l)  $8a^2 - 24ab - 4ab^2$

m)  $p^4q^2 + 2pq^3 - 3p^2$

n)  $-27x^2 + 81x - 36x^3$

o)  $-12a^2b^3 - 15a^3b^2 - 18a^4b^3$

p)  $80a^2b^3c - 35a^3b + 105a^4bc^2$

q)  $42xy^2z^3 - 54x^3y^2z^4 + 30x^2yz^2$

r)  $-4x^3y + 6x^2y^2 - 8x^4y^3$

s)  $-8x^4y^3 - 12x^2y^4 - 16x^5y^2$

2. Z výrazu  $-8xy^6 + 6x^3y^3 - 4x^4y^2$  vytkni:

a) jednočlen  $2xy^2$

b) číslo  $-1$

c) jednočlen  $-2xy^2$

d) číslo  $-2$

V některých případech můžeme provést postupné vytýkání. Mnohočlen rozdělíme na dvě části a z každé vytkneme stejný výraz, který pak můžeme opět vytknout.

$$3a + 6 - ab - 2b = 3 \cdot (a + 2) - b \cdot (a + 2) = (a + 2) \cdot (3 - b)$$

## Příklady k procvičení

1. Vytýkej celou závorku, pokud je to nutné vytkni také  $-1$

a)  $2(a + b) + a(a + b)$

b)  $3x(2x + 1) - 4(2x + 1)$

c)  $-2a(3a + 4b) + 3b(3a + 4b)$

d)  $m^2(m^2 - m) + m(m^2 - m)$

e)  $x - 2 + x(x - 2)$

f)  $3x + 4y - 3x(3x + 4y)$

g)  $2a - 5 - ab(2a - 5)$

h)  $5u(u - v) + 3v(v - u)$

i)  $2p(x - y) - 3q(y - x)$